Toy Train — Τρενάκι

Η Arezou και ο δίδυμος αδερφός της Borzou έχουν πάρει για τα γενέθλιά τους ένα καταπληκτικό τρενάκι. Έχουν φτιάξει ένα σιδηροδρομικό δίκτυο που αποτελείται από n σταθμούς και m ράγες *μονής κατεύθυνσης*. Οι σταθμοί είναι αριθμημένοι από το 0 μέχρι το $n-1$. Κάθε μία από τις ράγες φεύγει από έναν σταθμό και επιστρέφει στον ίδιο ή καταλήγει σε διαφορετικό σταθμό. Από κάθε σταθμό υπάρχει τουλάχιστον μία εξερχόμενη ράγα.

Κάποιοι σταθμοί είναι *σταθμοί επαναφόρτισης*. Όταν το τρένο φτάσει σε σταθμό επαναφόρτισης, φορτίζεται πλήρως. Όταν το τρένο είναι πλήρως φορτισμένο, έχει αρκετή ενέργεια για να καλύψει απόσταση n συνεχόμενων ραγών τρένου. Αυτό σημαίνει ότι μόλις το τρένο εισέλθει στην $(n+1)$ -στη ράγα, μετά την τελευταία φόρτιση, η ενέργειά του εξαντλείται και το τρένο σταματάει.

Σε κάθε σταθμό υπάρχει ένας διακόπτης ο οποίος μπορεί να τοποθετηθεί και να δείχνει σε μία από τις ράγες που φεύγουν από τον συγκεκριμένο σταθμό. Όταν το τρένο βρίσκεται σε ένα σταθμό, φεύγει χρησιμοποιώντας τη ράγα που δείχνει ο διακόπτης αυτού του σταθμού.

Τα δίδυμα θέλουν να παίξουν ένα παιχνίδι με το τρένο τους. Έχουν μοιράσει τους σταθμούς μεταξύ τους, δηλαδή κάθε σταθμός ανήκει είτε στην Arezou είτε στον Borzou. Υπάρχει μόνο ένα τρένο. Στην αρχή του παιχνιδιού το τρένο βρίσκεται στον σταθμό s και είναι πλήρως φορτισμένο. Για να ξεκινήσει το παιχνίδι, ο ιδιοκτήτης του σταθμού s τοποθετεί τον διακόπτη του σταθμού s ώστε αυτός να δείχνει μία από τις εξερχόμενες ράγες. Μετά ξεκινούν το τρένο και αυτό αρχίζει να προχωρά πάνω στις ράγες.

Κάθε φορά που το τρένο εισέρχεται σε έναν σταθμό για πρώτη φορά, ο ιδιοκτήτης του σταθμού τοποθετεί το διακόπτη του σταθμού έτσι ώστε να δείχνει σε κάποια από τις εξερχόμενες ράγες. Μόλις ο διακόπτης τοποθετηθεί στη θέση του, παραμένει στην ίδια θέση δείχνοντας την ίδια ράγα εξόδου για το υπόλοιπο παιχνίδι. Αυτό σημαίνει ότι αν το τρένο εισέλθει σε έναν σταθμό τον οποίο έχει ήδη επισκεφτεί, θα εξέλθει από την ίδια ράγα που έφυγε προηγουμένως.

Αφού υπάρχει πεπερασμένος αριθμός σταθμών, το τρένο μετά από κάποια στιγμή θα ξεκινήσει να κάνει *κύκλους*. Κύκλος καλείται μία ακολουθία *διαφορετικών* σταθμών $c[0], c[1], \cdots, c[k-1]$ έτσι ώστε το τρένο να φεύγει από τον σταθμό $c[i]$ (για $0 \leq i < k-1$) χρησιμοποιώντας μία ράγα που να κατευθύνεται προς τον σταθμό $c[i+1]$ και να φεύγει από τον σταθμό $c[k-1]$ χρησιμοποιώντας μία ράγα που να κατευθύνεται προς τον σταθμό $c[0]$. Να σημειωθεί πως ο κύκλος μπορεί να αποτελείται από μόνο ένα σταθμό (δηλαδή, $k=1$) αν το τρένο φεύγει από τον σταθμό $c[0]$ χρησιμοποιώντας μία ράγα που επιστρέφει πίσω στον σταθμό $c[0]$.

Η Arezou κερδίζει το παιχνίδι αν το τρένο συνεχίζει να κινείται επ' αόριστον, ενώ ο Borzou κερδίζει αν η ενέργεια του τρένου εξαντληθεί. Με άλλα λόγια, αν υπάρχει έστω ένας σταθμός επαναφόρτισης ανάμεσα στους σταθμούς $c[0], c[1], \cdots, c[k-1]$, το τρένο μπορεί να επαναφορτίζεται και να συνεχίζει να κάνει κύκλους για πάντα, και άρα κερδίζει η Arezou. Σε αντίθετη περίπτωση, η ενέργεια του τρένου θα εξαντληθεί (πιθανώς αφού κάνει τον κύκλο πολλές φορές), και άρα κερδίζει ο Borzou.

Σας δίνεται η περιγραφή του σιδηροδρομικού δικτύου. Τα δίδυμα θα παίξουν n παιχνίδια. Στο s-οστό παιχνίδι, για $0 \leq s \leq n-1$, το τρένο θα βρίσκεται αρχικά στον σταθμό s. Η δουλειά σας είναι να βρείτε, για κάθε παιχνίδι, αν υπάρχει στρατηγική που να εγγυάται στην Arezou ότι θα κερδίσει, ανεξαρτήτως του τρόπου παιχνιδιού του Borzou.

Λεπτομέρειες υλοποίησης

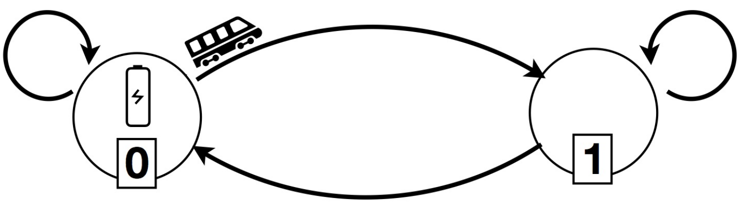
Να υλοποιήσετε την ακόλουθη διαδικασία:

```
int[] who_wins(int[] a, int[] r, int[] u, int[] v)
```

- a: πίνακας μεγέθους n. Αν ο σταθμός i ανήκει στην Arezou τότε $a[i] = 1$. Διαφορετικά, ο σταθμός i ανήκει στον Borzou και $a[i] = 0$.
- r: πίνακας μεγέθους n. Αν ο σταθμός i είναι σταθμός επαναφόρτισης τότε $r[i] = 1$, διαφορετικά $r[i] = 0$.
- u και v: πίνακες μεγέθους m. Για κάθε $0 \leq i \leq m-1$, υπάρχει μία ράγα μονής κατεύθυνσης που ξεκινά από τον σταθμό $u[i]$ και φτάνει στον σταθμό $v[i]$.
- Η συνάρτηση πρέπει να επιστρέφει έναν πίνακα w μεγέθους n. Για κάθε $0 \leq i \leq n-1$, η τιμή του $w[i]$ θα είναι 1 αν η Arezou μπορεί να κερδίσει το παιχνίδι που ξεκινά από το σταθμό i, ανεξαρτήτως της τακτικής του Borzou. Διαφορετικά, η τιμη του $w[i]$ θα είναι 0.

Παράδειγμα

```
who_wins([0, 1], [1, 0], [0, 0, 1, 1], [0, 1, 0, 1])
```



- Υπάρχουν 2 σταθμοί. Ο Borzou είναι ο ιδιοκτήτης του σταθμού 0, ο οποίος είναι σταθμός επαναφόρτισης. Η Arezou είναι ιδιοκτήτρια του σταθμού 1, ο οποίος δεν είναι σταθμός επαναφόρτισης.
- Υπάρχουν 4 ράγες $(0,0), (0,1), (1,0)$ και $(1,1)$, όπου το (i,j) υποδεικνύει μία ράγα μονής κατευθυνσης από τον σταθμό i προς τον σταθμό j.
- Ας θεωρήσουμε το παιχνίδι στο οποίο το τρένο βρίσκεται αρχικά στον σταθμό 0. Αν ο Borzou τοποθετήσει τον διακόπτη του σταθμού 0 ώστε να δείχνει τη ράγα $(0,0)$, το τρένο θα κάνει κύκλους μέσω αυτής της ράγας (να σημειωθεί ότι ο σταθμός 0 είναι σταθμός επαναφόρτισης). Σε αυτή την περίπτωση η Arezou κερδίζει. Διαφορετικά, αν ο Borzou τοποθετήσει τον διακόπτη

του σταθμού 0 ώστε να δείχνει τη ράγα $(0, 1)$, η Arezou μπορεί να τοποθετήσει το διακόπτη του σταθμού 1 ώστε να δείχνει τη ράγα $(1, 0)$. Αν γίνει αυτό, το τρένο θα κάνει κύκλους μεταξύ των δύο σταθμών. Η Arezou κερδίζει ξανά, αφού ο σταθμός 0 είναι σταθμός επαναφόρτισης και το τρένο δεν θα σταματήσει. Άρα η Arezou θα κερδίσει το παιχνίδι ανεξαρτήτως τι θα κάνει ο Borzou.
- Με παρόμοια λογική, στο παιχνίδι που ξεκινά από το σταθμό 1 η Arezou μπορεί και πάλι να κερδίσει, ανεξάρτητα τι θα κάνει ο Borzou. Άρα, η διαδικασία πρέπει να επιστρέψει $[1, 1]$.

Περιορισμοί

- $1 \le n \le 5000$.
- $n \le m \le 20\,000$.
- Υπάρχει τουλάχιστόν ένας σταθμός επαναφόρτισης.
- Υπάρχει τουλάχιστον μία ράγα που ξεκινά από κάθε σταθμό.
- Πιθανόν να υπάρχουν ράγες που ξεκινούν και τελείωνουν στον ίδιο σταθμό (δηλαδή, $u[i] = v[i]$).
- Κάθε ράγα είναι μοναδική. Με άλλα λόγια, δεν υπάρχουν δύο δείκτες i και j ($0 \le i < j \le m - 1$) τέτοιοι ώστε $u[i] = u[j]$ και $v[i] = v[j]$.
- $0 \le u[i], v[i] \le n - 1$ (για κάθε $0 \le i \le m - 1$).

Υποπροβλήματα

1. (5 βαθμοί) Για κάθε $0 \le i \le m - 1$, είτε $v[i] = u[i]$ είτε $v[i] = u[i] + 1$.
2. (10 βαθμοί) $n \le 15$.
3. (11 βαθμοί) Η Arezou έχει στην κατοχή της όλους τους σταθμούς.
4. (11 βαθμοί) Ο Borzou έχει στην κατοχή του όλους τους σταθμούς.
5. (12 βαθμοί) Υπάρχει ακριβώς ένας σταθμός επαναφόρτισης.
6. (51 βαθμοί) Κανένας πρόσθετος περιορισμός.

Υπόδειγμα βαθμολογητή

Ο βαθμολογητής που σας δίνεται ως υπόδειγμα, διαβάζει την είσοδο με την παρακάτω μορφή:

- γραμμή 1: $n \;\; m$
- γραμμή 2: $a[0] \;\; a[1] \;\; \ldots \;\; a[n-1]$
- γραμμή 3: $r[0] \;\; r[1] \;\; \ldots \;\; r[n-1]$
- γραμμή $4 + i$ (για $0 \le i \le m - 1$): $u[i] \;\; v[i]$

Το υπόδειγμα βαθμολογητή τυπώνει την τιμή που επιστρέφει η συνάρτηση `who_wins` με την πιο κάτω μορφή:

- γραμμή 1: $w[0] \;\; w[1] \;\; \ldots \;\; w[n-1]$